Wege zur Lösung der Fibinacci-Aufgabe

Aufgabe:
Leonardo Bigollo, der Sohn des Bonaccio , filius Bonacci, später nur noch Fibonacci genannt ist als Leonardo von Pisa zum größten Mathematiker des Mittelalters aufgestiegen. Er setzte sich für die indo-arabischen Zahlen ein, die dann die Römischen ablösten. Auch das Stellenwertsytem und die Null wurden in seiner ersten Arbeit "Liber abaci" verbreitet.
Er interessierte sich auch für die Vermehrung von Hasen. Wenn nun ein Hasenpärchen ab dem zweiten Monat nach seiner Geburt, jeden Monat ein weiteres Pärchen gebiert und jedes Pärchen ebenso verfährt, dann ergibt sich folgende Zahlenfolge: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233.
Im folgenden habe ich die unterschiedlichen Lösungsansätze zusammen getragen.
Abzählen funktioniert natürlich auch, ist aber sehr aufwendig.

■ Rekursiv

Für n<2 ist Fibo(n) =1.
Sonst Gilt Fibo(n)=Fibo(n-1)+Fibo(n-2)

■ Iterativ

Fibo(n):
Initialisiere die Variablen letzterwert,vorletzterwert und ergebnis mit 1.
Zähle für i von 2 bis n
ergebnis=vorletzterwert+letzterwert
vorletzterwert=letzterwert
letzterwert=ergebnis
<--;
Nach dem die Schleife beendet ist, steht in ergebnis die Fibonachizahl für n.

■ Mathematisch

Nehme zwei sehr grosse Fibonachi - Zahlen von n und n - 1.
Die Dividision von Fibo (n) durch Fibo (n - 1) ergibt x;
Beispiel : Fibo (60) = 2504730781961 und Fibo (59) = 1548008755920

$x = \frac{2504730781961}{1548008755920} \approx 1.61803398874989;$

Dieses x tendiert zur berühmten Goldene Zahl $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Ermittle y aus $n - \text{Log}_x \text{Fibo}(n)$;

Beispiel : $y = 60 - \text{Log}_{1.61803398874989} 2504730781961 \approx 0.672275938$

Jede beliebige Fibonachizahl lässt sich nun nach Fibo (n) = $x^{n-y} = 1.61803398874989^{n-0.672275938}$ berechnen !